

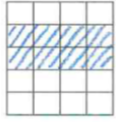
## Brüche entdecken Aufgabe 2



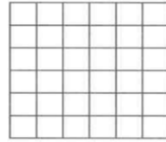
Schraffiere Teilstücke, um die angegebenen Brüche zu veranschaulichen (siehe das Beispiel links). Skizziere je zwei Möglichkeiten.

**Flächen-  
Kreis-  
Modelle**

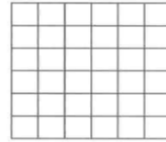
Beispiel:



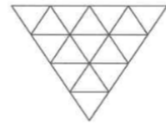
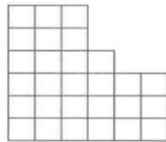
$$\frac{2}{5}$$



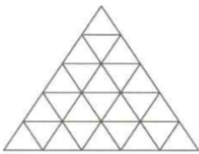
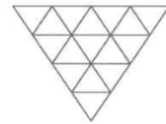
$$\frac{7}{9}$$



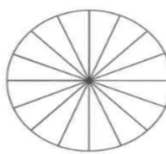
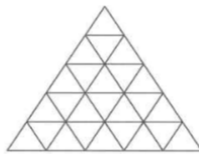
$$\frac{5}{7}$$



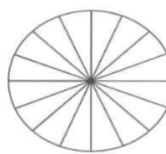
$$\frac{1}{4}$$



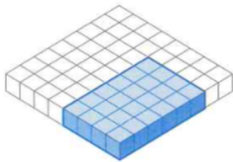
$$\frac{2}{5}$$



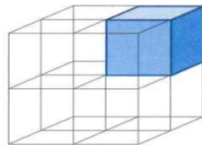
$$\frac{3}{8}$$



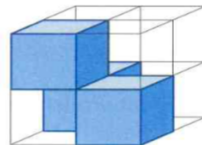
Beschreibe den blauen Teil als Anteil des Ganzen (Platte beziehungsweise Würfel) mit einem Bruch.



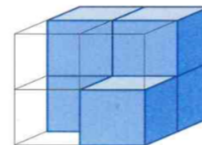
.....



.....

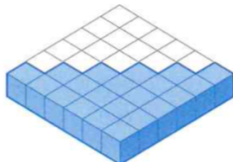


.....



.....

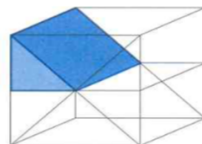
**Würfel**



.....



.....



.....



.....

Wie gross ist der markierte Teil der ganzen Strecke?  
Miss das Teilstück und beschreibe es mit einem Bruch.

Beispiel:



$$\frac{3}{8}$$



.....



.....



.....



.....



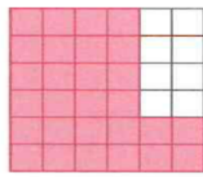
.....



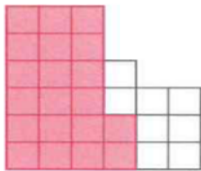
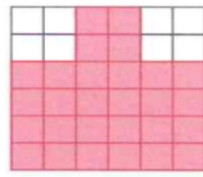
.....

**Strecken-  
modell**

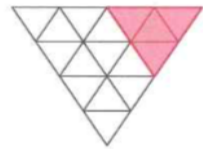
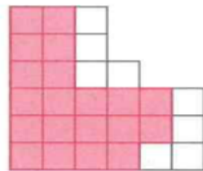
Mögliche Lösungen:



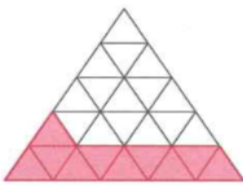
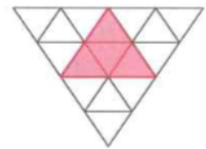
$\frac{7}{9}$



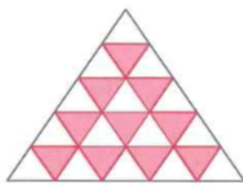
$\frac{5}{7}$



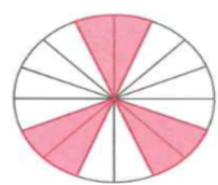
$\frac{1}{4}$



$\frac{2}{5}$



$\frac{3}{8}$



$$\frac{24}{64} \left( = \frac{3}{8} \right)$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{8}$$

$$\frac{21}{36} \left( = \frac{7}{12} \right)$$

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{2}{8} \left( = \frac{1}{4} \right)$$

$\frac{1}{3}$



$\frac{2}{3}$



$\frac{5}{6}$



$\frac{3}{5}$



$\frac{3}{4}$



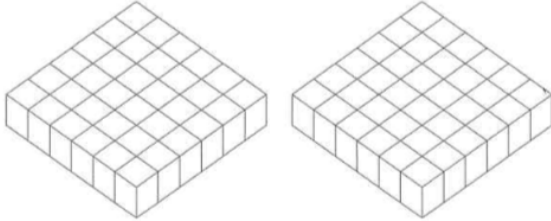
## Brüche entdecken Aufgabe 2



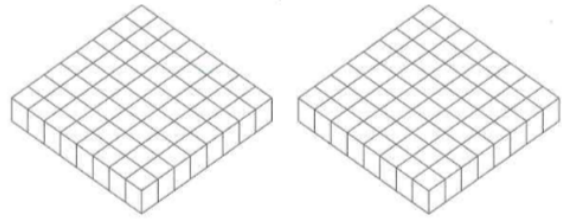
Schraffiere Teilstücke, welche die angegebenen Brüche veranschaulichen.  
Skizziere je zwei Möglichkeiten.

a

$$\frac{4}{9}$$



$$\frac{5}{8}$$



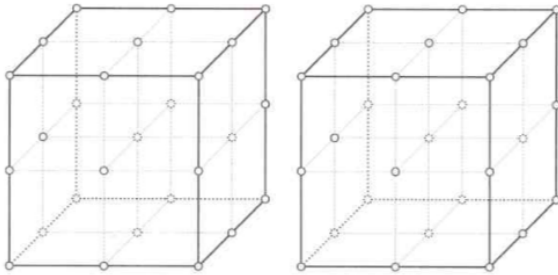
## Brüche entdecken Aufgabe 2



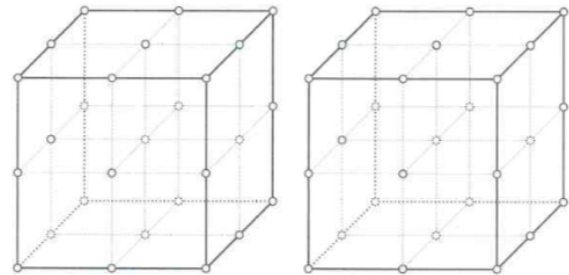
Schraffiere Teilstücke, welche die angegebenen Brüche veranschaulichen.  
Skizziere je zwei Möglichkeiten.

b

$$\frac{6}{8}$$

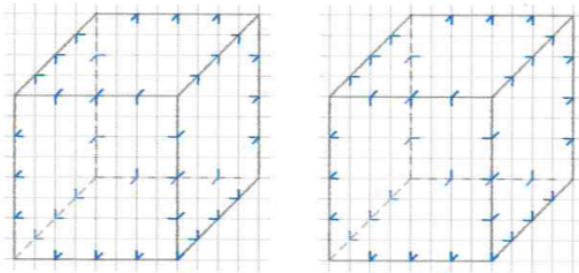


$$\frac{3}{8}$$

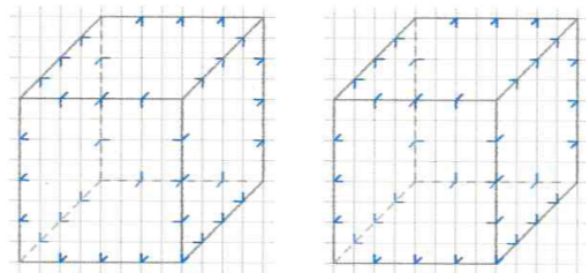


c Zum Tüfteln:

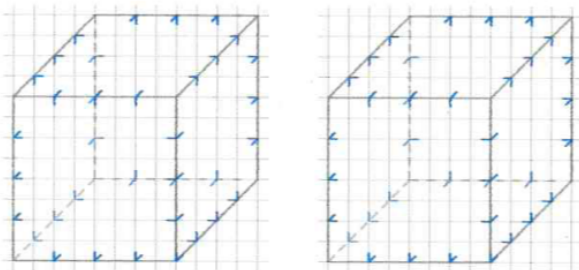
$$\frac{3}{64}$$



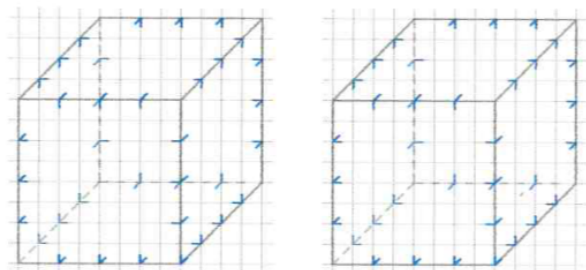
$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{3}{16}$$



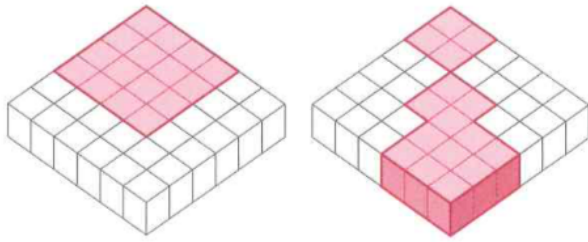
$$\frac{9}{32}$$



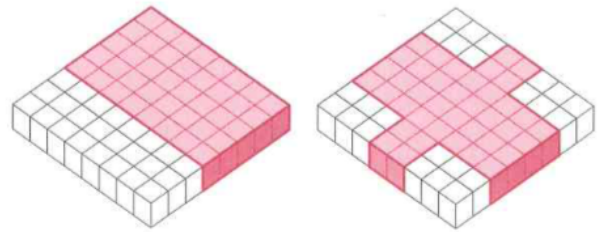
Mögliche Lösungen:

a

$$\frac{4}{9}$$

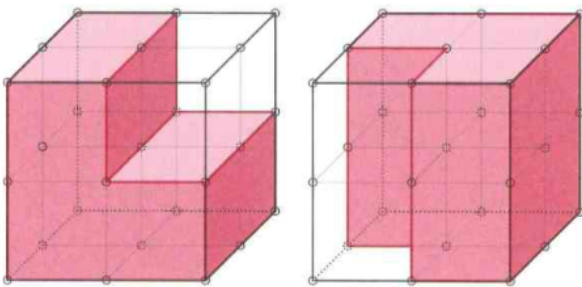


$$\frac{5}{8}$$

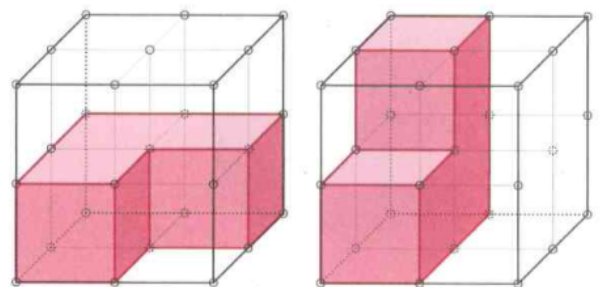


b

$$\frac{6}{8}$$

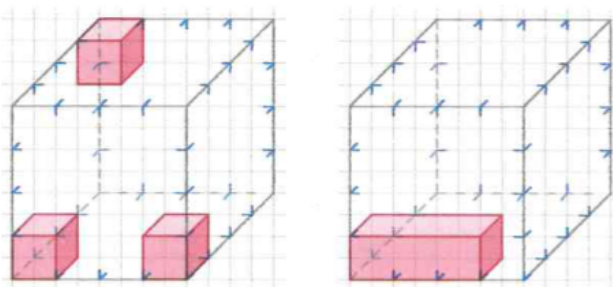


$$\frac{3}{8}$$

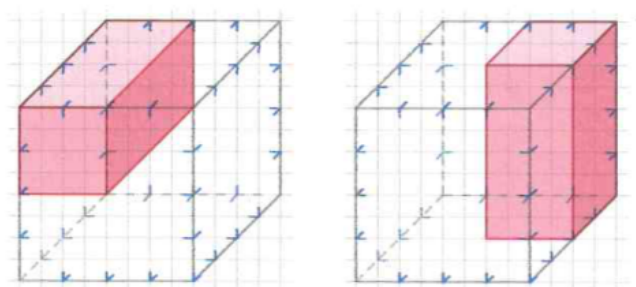


Zum Tüfteln:

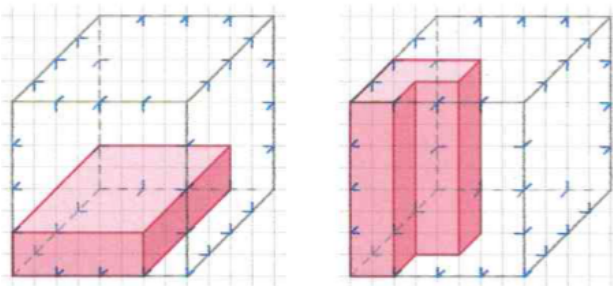
$$\frac{3}{64}$$



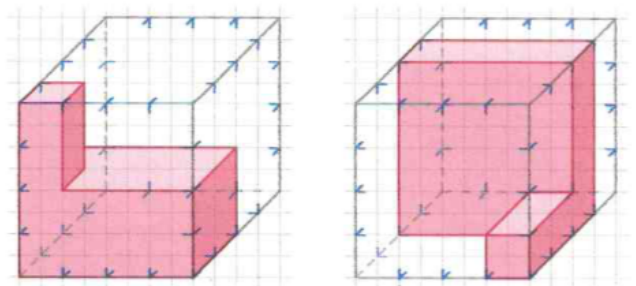
$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{3}{16}$$



$$\frac{9}{32}$$



### Brüche erweitern und kürzen Aufgabe 3



Gehe für jedes Rechteck so vor:

- Kürze den Bruch im Rechteck so weit wie möglich.
- Zeichne alle Verbindungsstrecken, die zum gleichen Kreis führen, mit der gleichen Farbe.
- Wähle für jeden Kreis eine eigene Farbe.

*Beispiel:*

- a** Erweitere mit 4:  $\frac{7}{13} = \frac{\dots}{\dots}$   
 Erweitere mit 8:  $\frac{7}{8} = \frac{\dots}{\dots}$   
 Erweitere mit 13:  $\frac{13}{20} = \frac{\dots}{\dots}$   
 Erweitere mit 17:  $\frac{1}{6} = \frac{\dots}{\dots}$

- b** Kürze so weit wie möglich:  $\frac{34}{46} = \frac{\dots}{\dots}$   
 $\frac{35}{85} = \frac{\dots}{\dots}$   
 $\frac{55}{121} = \frac{\dots}{\dots}$   
 $\frac{34}{85} = \frac{\dots}{\dots}$

### Brüche erweitern und kürzen Aufgabe 3

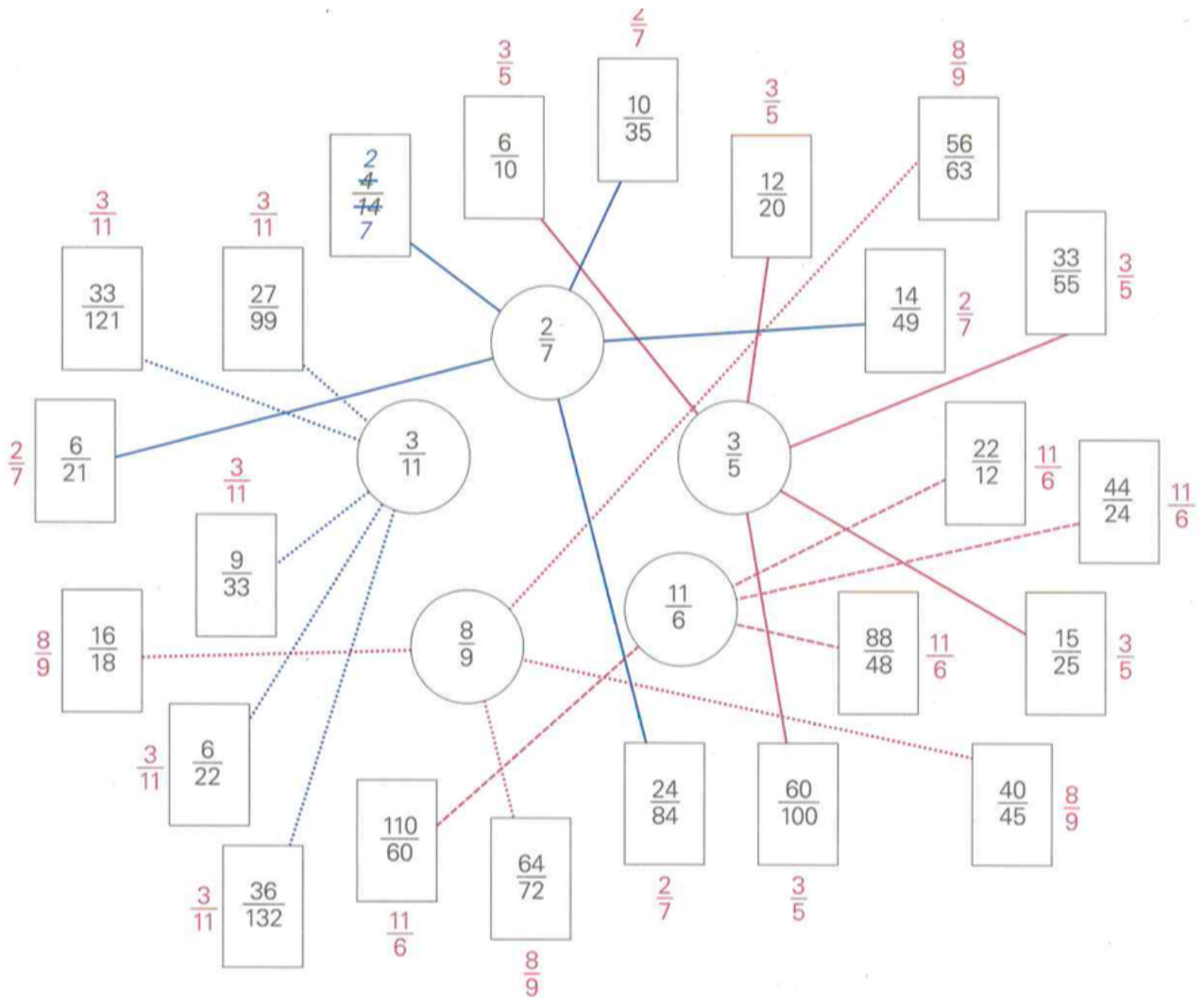


Mache, wenn nötig, die Brüche gleichnamig und trage >, < oder = ein.

- a**  $\frac{4}{7}$   $\frac{5}{7}$   
 $\frac{9}{18}$   $\frac{3}{6}$   
 $\frac{9}{11}$   $\frac{7}{11}$   
 $\frac{8}{17}$   $\frac{7}{17}$

- b**  $\frac{4}{4}$   $\frac{3}{5}$   
 $\frac{6}{13}$   $\frac{6}{11}$   
 $\frac{8}{15}$   $\frac{16}{30}$   
 $\frac{7}{6}$   $\frac{7}{5}$

- c**  $\frac{5}{9}$   $\frac{3}{7}$   
 $\frac{2}{13}$   $\frac{3}{10}$   
 $\frac{2}{5}$   $\frac{42}{105}$   
 $\frac{4}{3}$   $\frac{3}{4}$



**a**  $\frac{28}{52}$   
 $\frac{56}{64}$   
 $\frac{169}{260}$   
 $\frac{17}{102}$

**b**  $\frac{17}{23}$   
 $\frac{7}{17}$   
 $\frac{5}{11}$   
 $\frac{2}{5}$

**a**  $\frac{4}{7} < \frac{5}{7}$   
 $\frac{9}{18} = \frac{3}{6}$   
 $\frac{9}{11} > \frac{7}{11}$   
 $\frac{8}{17} > \frac{7}{17}$

**b**  $\frac{4}{4} > \frac{3}{5}$   
 $\frac{6}{13} < \frac{6}{11}$   
 $\frac{8}{15} = \frac{16}{30}$   
 $\frac{7}{6} < \frac{7}{5}$

**c**  $\frac{5}{9} > \frac{3}{7}$   
 $\frac{2}{13} < \frac{3}{10}$   
 $\frac{2}{5} = \frac{42}{105}$   
 $\frac{4}{3} > \frac{3}{4}$



### Bruch, Dezimalzahl, Prozent Aufgabe 4



Rechne folgende Brüche in Dezimalzahlen um.

Mache ein paar Punkte, wenn es nach einer Ziffer immer gleich weitergeht, zum Beispiel 0.4777777...

a  $\frac{3}{5} =$  .....

b  $\frac{2}{3} =$  .....

c  $\frac{5}{6} =$  .....

$\frac{1}{4} =$  .....

$\frac{5}{9} =$  .....

$\frac{2}{15} =$  .....

$\frac{9}{2} =$  .....

$\frac{5}{11} =$  .....

$\frac{7}{12} =$  .....

$\frac{7}{8} =$  .....

$\frac{4}{3} =$  .....

$\frac{17}{24} =$  .....

### Bruch, Dezimalzahl, Prozent Aufgabe 4



Ordne folgende Zahlen der Grösse nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

Beispiel:  $-\frac{8}{15}$  ,  $\frac{5}{20}$  , 2.11 , -0.91 ,  $\frac{6}{10}$  ,  $\frac{16}{11}$

Darstellung als

Dezimalzahl: -0.533... , 0.25 , 2.11 , -0.91 , 0.6 , 1.4545...

Geordnet: -0.91 < -0.533... < 0.25 < 0.6 < 1.4545... < 2.11

Resultat: -0.91 <  $-\frac{8}{15}$  <  $\frac{5}{20}$  <  $\frac{6}{10}$  <  $\frac{16}{11}$  < 2.11

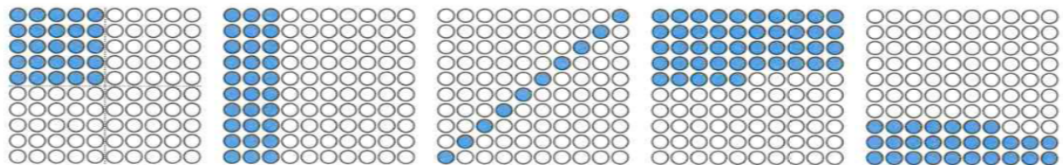
a  $\frac{3}{10}$ ,  $\frac{1}{2}$ , 0.45, 0.6,  $\frac{7}{9}$ ,  $\frac{5}{9}$

c  $-\frac{2}{100}$ ,  $-\frac{2}{7}$ , -0.6, -0.2,  $-\frac{2}{9}$ ,  $-\frac{1}{2}$

b  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{3}{11}$ , -0.5, 0.01,  $-\frac{7}{8}$ ,  $-\frac{1}{5}$

d  $\frac{13}{10}$ ,  $-\frac{5}{12}$ , 1.2, -0.7,  $-\frac{9}{8}$ , -1

Was hilft es, den Bruch als Dezimalzahl zu schreiben?



Bruch:  $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{100}$      $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{100}$      $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{100}$      $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{100}$      $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{100}$

Dezimalzahl: 0. ....    0. ....    0. ....    0. ....    0. ....

Prozentzahl: .....%    .....%    .....%    .....%    .....%

[https://www.lehrmittelverlag-zuerich.ch/Portals/1/Documents/lehrmittelsites/mathsek1/mathsek1\\_trainer2/a2\\_1\\_1\\_5\\_2.html](https://www.lehrmittelverlag-zuerich.ch/Portals/1/Documents/lehrmittelsites/mathsek1/mathsek1_trainer2/a2_1_1_5_2.html)

[https://www.lehrmittelverlag-zuerich.ch/Portals/1/Documents/lehrmittelsites/mathsek1/mathsek1\\_trainer2/a2\\_1\\_1\\_6\\_2.html](https://www.lehrmittelverlag-zuerich.ch/Portals/1/Documents/lehrmittelsites/mathsek1/mathsek1_trainer2/a2_1_1_6_2.html)

**a** 0.6

0.25

4.5

0.875

**b** 0.666...

0.555...

0.454545...

1.333...

**c** 0.8333...

0.1333...

0.58333...

0.708333...

**a**  $\frac{3}{10} < 0.45 < \frac{1}{2} < \frac{5}{9} < 0.6 < \frac{7}{9}$

**c**  $-0.6 < -\frac{1}{2} < -\frac{2}{7} < -\frac{2}{9} < -0.2 < -\frac{2}{100}$

**b**  $-\frac{7}{8} < -0.5 < -\frac{1}{5} < 0.01 < \frac{1}{10} < \frac{3}{11}$

**d**  $-\frac{9}{8} < -1 < -0.7 < -\frac{5}{12} < 1.2 < \frac{13}{10}$

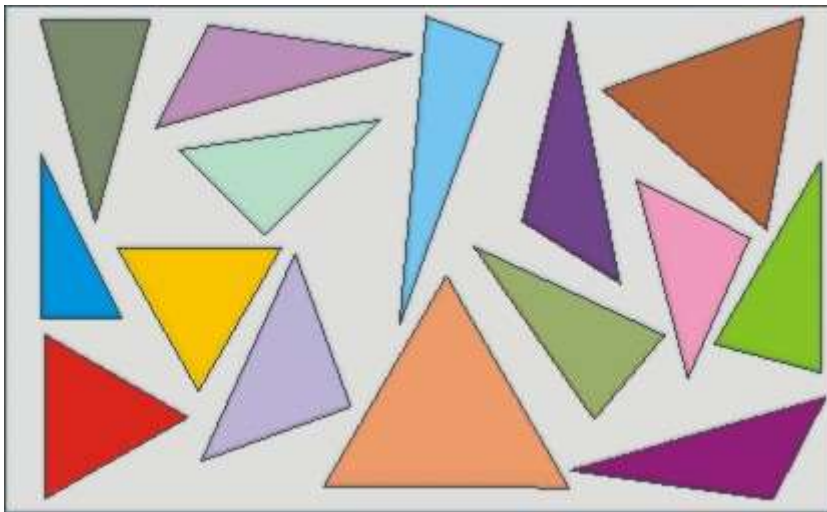
Bruch:  $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$      $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$      $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$      $\frac{9}{20} = \frac{45}{100}$      $\frac{27}{100}$

Dezimalzahl: 0.25    0.3    0.1    0.45    0.27

Prozentzahl: 25%    30%    10%    45%    27%



# Dreiecke



## Lernziele

- Die Winkelsummen von Dreiecken, Vierecken, Fünfecken, Sechsecken und Achtecken kennen
- Die verschiedenen Arten von Dreiecken kennen und die Namen korrekt schreiben können
- Dreiecke korrekt beschriften können (Seiten  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , Ecken  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ )
- Dreiecke konstruieren können, wenn die drei Seitenlängen gegeben sind
- Dreiecke konstruieren können, wenn drei Angaben bekannt sind (2 Winkel und 1 Seitenlänge oder 1 Winkel und 2 Seitenlängen)
- Dreiecke konstruieren können, wenn die drei Winkel gegeben sind

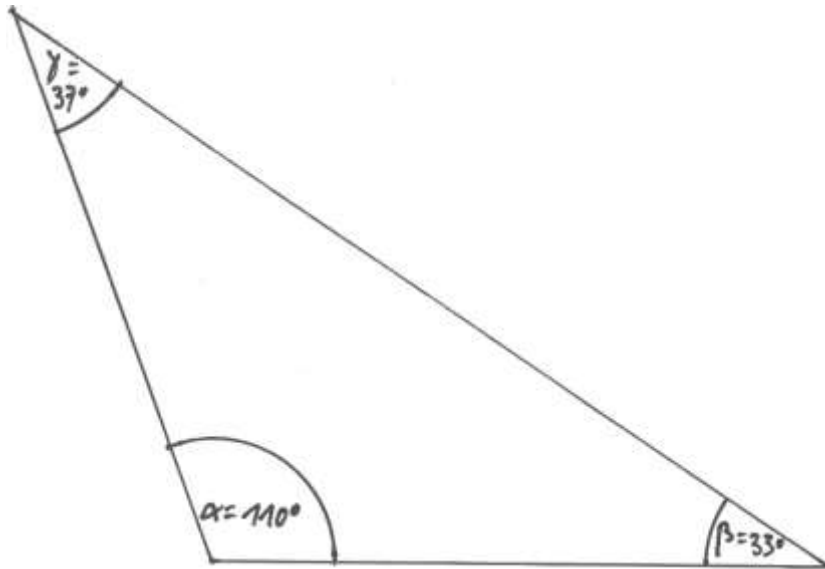
**Die Bearbeitung dieses Dossiers setzt die vorausgehende Bearbeitung des Dossiers «Winkel» voraus.**

# Dreiecke

## Die Winkelsumme im Dreieck

Zeichne einen Winkel  $\alpha$  von  $110^\circ$ . Verbinde anschliessend die Enden der Schenkel mit einer Geraden, so dass ein Dreieck entsteht. Gib den beiden neuen Winkel die Namen  $\beta$  und  $\gamma$ . Miss die Winkel und berechne die Summe aller Winkel!

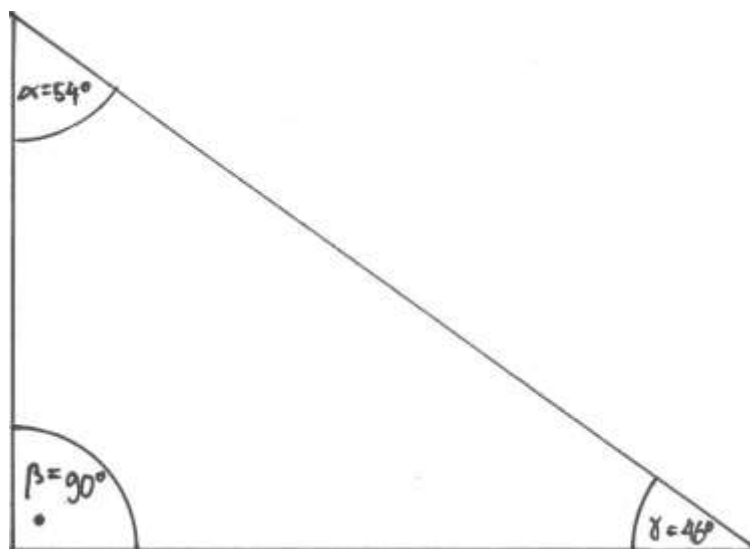
**Beispiel:**



Winkel  $\alpha$ :  $110^\circ$       Winkel  $\beta$ :  $33^\circ$       Winkel  $\gamma$ :  $37^\circ$       Winkelsumme:  $180^\circ$

Zeichne einen rechten Winkel  $\beta$ . Verbinde anschliessend die Enden der Schenkel mit einer Geraden, so dass ein Dreieck entsteht. Gib den beiden neuen Winkel die Namen  $\alpha$  und  $\gamma$ . Miss die Winkel und berechne die Summe aller Winkel!

**Beispiel:**



Winkel  $\alpha$ :  $54^\circ$       Winkel  $\beta$ :  $90^\circ$       Winkel  $\gamma$ :  $46^\circ$       Winkelsumme:  $180^\circ$

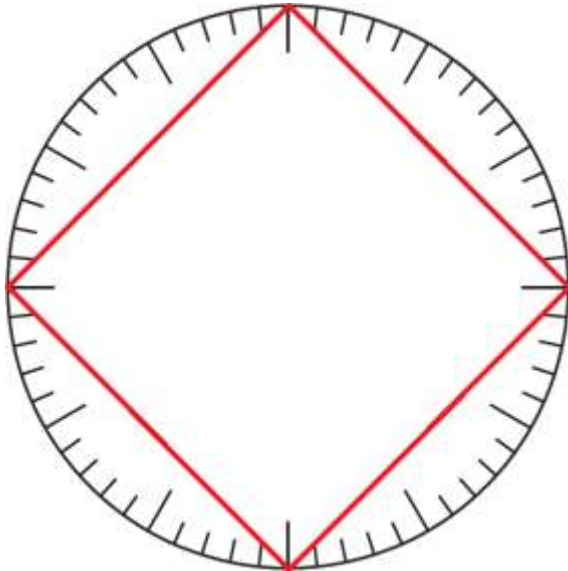
**Die Winkelsumme eines Dreieckes beträgt immer  $180^\circ$ .**



# Die Winkelsumme in anderen geometrischen Formen

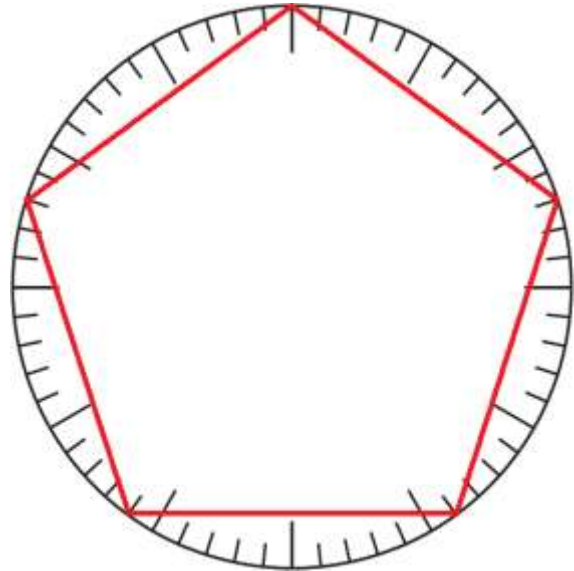
Zeichne in die Zeichenuhren jeweils die angegebene Form. Miss alle Winkel und schreibe sie an. Berechne von jeder Form die Winkelsumme!

regelmässiges Viereck (Quadrat)



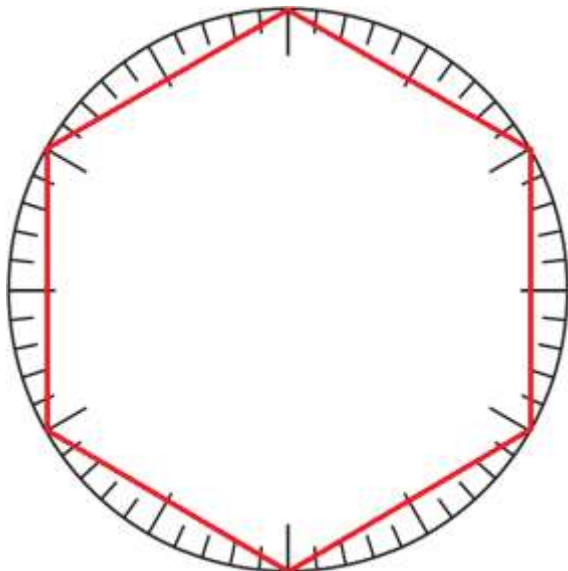
Winkel 1:  $90^\circ$  , Winkel 2:  $90^\circ$   
Winkel 3:  $90^\circ$  , Winkel 4:  $90^\circ$   
**Summe:  $360^\circ$**

regelmässiges Fünfeck



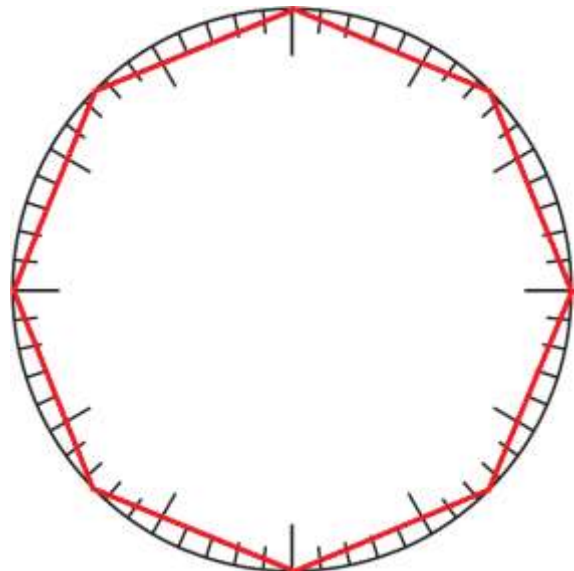
Winkel 1:  $108^\circ$  , Winkel 2:  $108^\circ$   
Winkel 3:  $108^\circ$  , Winkel 4:  $108^\circ$   
Winkel 5:  $108^\circ$  , **Summe:  $540^\circ$**

regelmässiges Sechseck



Winkel 1:  $120^\circ$  , Winkel 2:  $120^\circ$   
Winkel 3:  $120^\circ$  , Winkel 4:  $120^\circ$   
Winkel 5:  $120^\circ$  , Winkel 6:  $120^\circ$   
**Summe:  $720^\circ$**

regelmässiges Achteck



Winkel 1:  $135^\circ$  , Winkel 2:  $135^\circ$   
Winkel 3:  $135^\circ$  , Winkel 4:  $135^\circ$   
Winkel 5:  $135^\circ$  , Winkel 6:  $135^\circ$   
Winkel 7:  $135^\circ$  , Winkel 8:  $135^\circ$   
**Summe:  $1080^\circ$**



# Die verschiedenen Arten von Dreiecken

Zum Beschreiben von Dreiecken gibt es 6 Begriffe, die in zwei Gruppen unterteilt werden:

A) Angaben zur Seitenlänge

**unregelmässig** (alle drei Seiten sind unterschiedlich lang)

**gleichschenkelig** (zwei Seiten sind gleich lang)

**gleichseitig** (alle drei Seiten sind gleich lang)

B) Angaben zu den Winkeln

**spitzwinklig** (das Dreieck hat drei spitze Winkel)








**stumpfwinklig** (ein Winkel ist stumpf)

**rechtwinklig** (das Dreieck hat einen rechten Winkel)

Wenn ein Dreieck einen rechten oder einen stumpfen Winkel hat, sind die anderen beiden Winkel immer spitz. Weshalb?

**Ein rechter oder stumpfer Winkel misst 90 oder mehr Grad. Deshalb bleiben für die anderen beiden Winkel nur noch höchstens 90° und da jeder mindestens 1° misst, kann der andere höchstens 89° messen.**

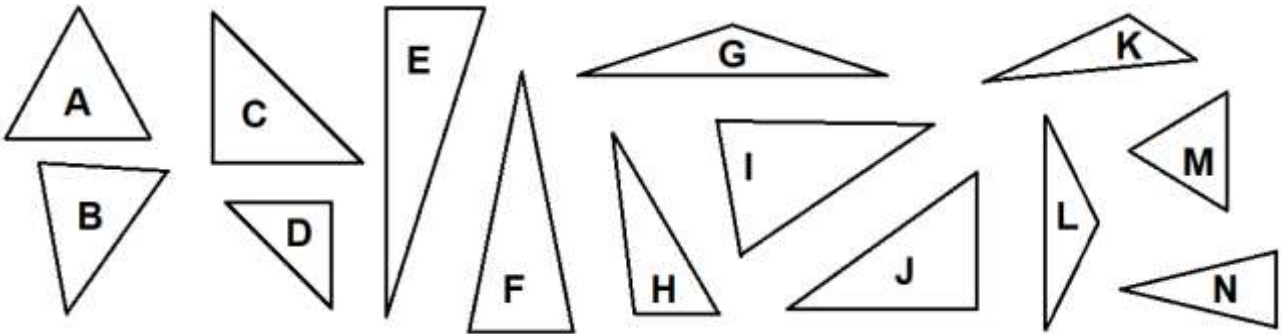
Jedes Dreieck kann mit zwei Angaben (je eine von A und eine von B) beschrieben werden. Schau die Dreiecke gut an und gib an, um welche Art es sich handelt!

	A	B
	<b>unregelmässig</b>	<b>rechtwinklig</b>
	<b>gleichschenkelig</b>	<b>stumpfwinklig</b>
	<b>unregelmässig</b>	<b>stumpfwinklig</b>
	<b>gleichschenkelig</b>	<b>spitzwinklig</b>
	<b>gleichseitig</b>	<b>spitzwinklig</b>
	<b>unregelmässig</b>	<b>spitzwinklig</b>
	<b>gleichschenkelig</b>	<b>rechtwinklig</b>



# Dreiecke erkennen

Schau die Dreiecke genau an! Beantworte nachher die Fragen!



- Welche Dreiecke haben drei gleiche Winkel? **A, M**
- Welche Dreiecke haben zwei gleiche Winkel? **C, D, F, G, L, N**
- Welche Dreiecke haben drei unterschiedliche Winkel? **B, E, H, I, J, K**
- Welche Dreiecke sind rechtwinklig? **C, D, E, J**
- Welche Dreiecke sind gleichseitig? **A, M**
- Welche Dreiecke sind stumpfwinklig? **G, H, L, K**
- Welche Dreiecke sind gleichschenkelig? **C, D, F, G, L, N**
- Welche Dreiecke sind spitzwinklig? **A, B, F, I, N, M**
- Welche Dreiecke sind unregelmässig? **B, E, H, I, J, K**
- Welche Dreiecke sind rechtwinklig-unregelmässig? **E, J**
- Welche Dreiecke sind stumpfwinklig-gleichschenkelig? **G, L**
- Welche Dreiecke sind stumpfwinklig-unregelmässig? **H, K**
- Welche Dreiecke sind spitzwinklig-unregelmässig? **B, I**
- Welche Dreiecke sind rechtwinklig-gleichschenkelig? **C, D**
- Welche Dreiecke sind spitzwinklig-gleichschenkelig? **F, N**

**Zeichne die Dreiecke auf ein separates Blatt (Achtung: nicht alle sind lösbar)!**

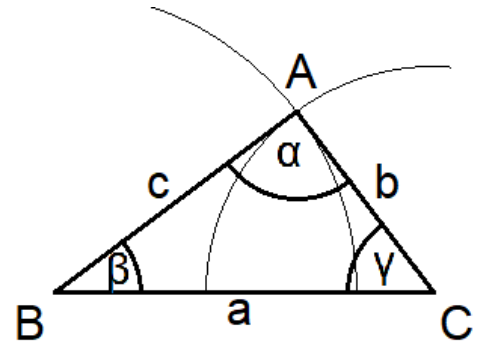
- |                                |                                   |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| A) spitzwinklig-gleichseitig   | B) rechtwinklig-gleichschenkelig  |
| C) rechtwinklig-gleichseitig   | D) spitzwinklig-gleichschenkelig  |
| E) stumpfwinklig-unregelmässig | F) stumpfwinklig-gleichschenkelig |
| G) spitzwinklig-unregelmässig  | H) stumpfwinklig-gleichseitig     |
| I) rechtwinklig-unregelmässig  | <b>C und H gehen nicht</b>        |



# Dreiecke konstruieren

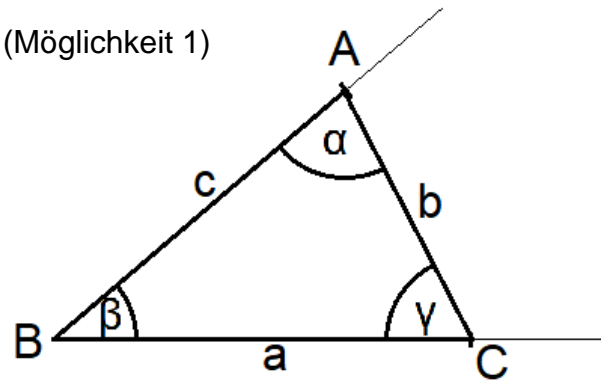
1. Du kennst alle 3 Seitenlängen

Beispiel:



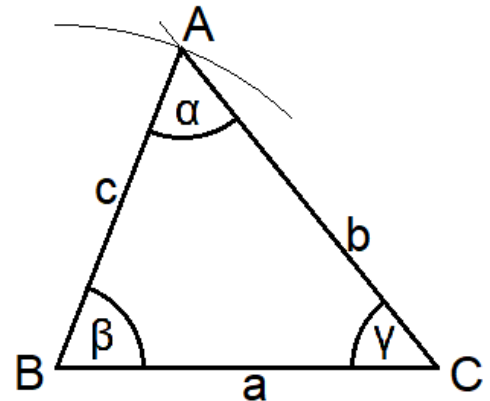
2. Du kennst 2 Seitenlängen und 1 Winkel (Möglichkeit 1)

Beispiel:



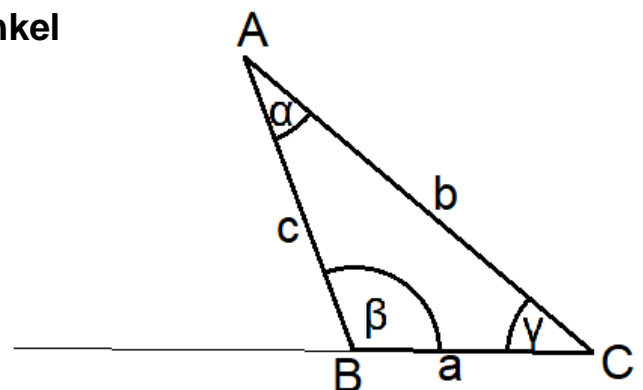
3. Du kennst 2 Seitenlängen und 1 Winkel (Möglichkeit 2)

Beispiel:

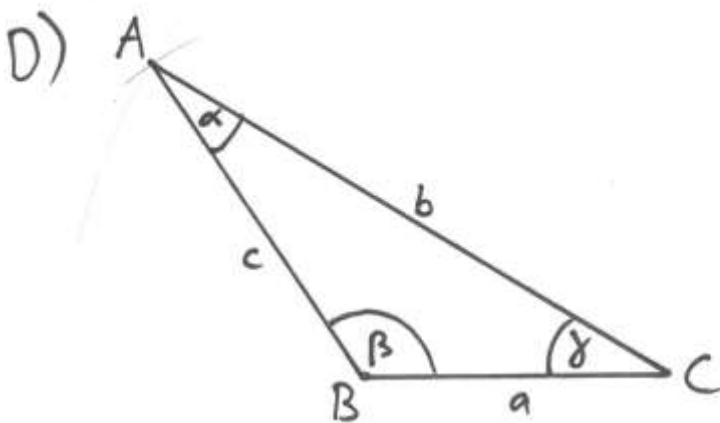
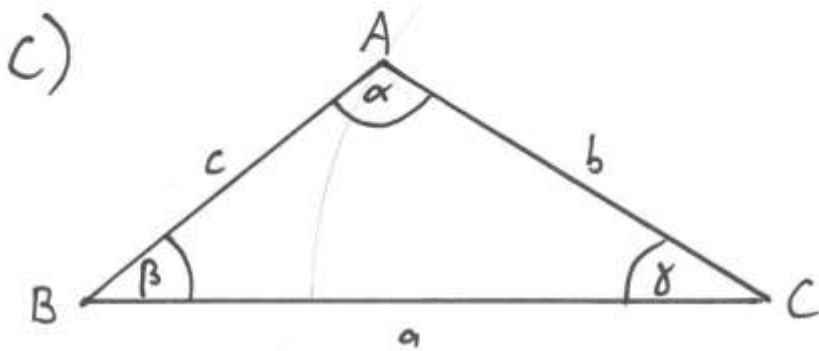
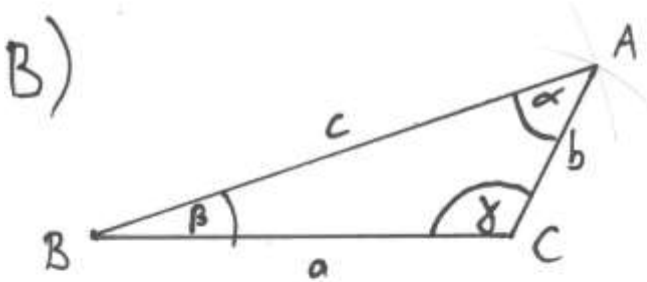
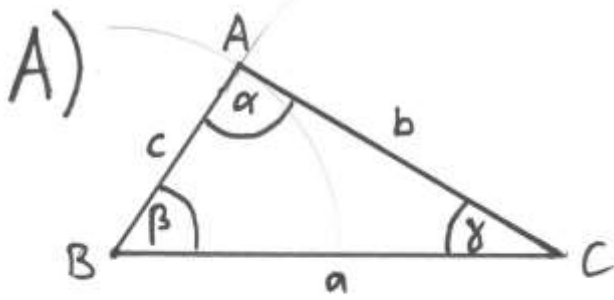


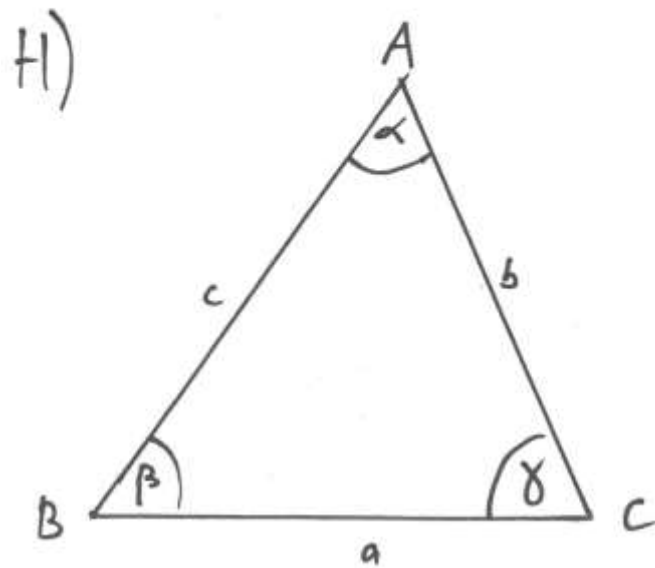
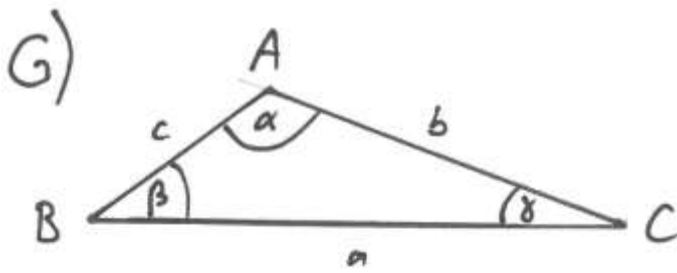
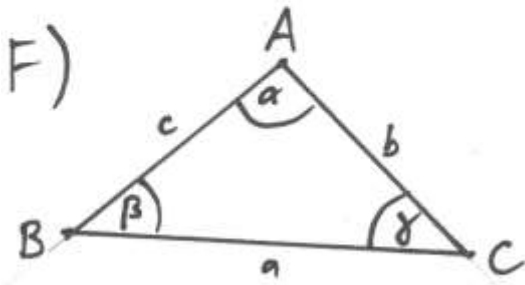
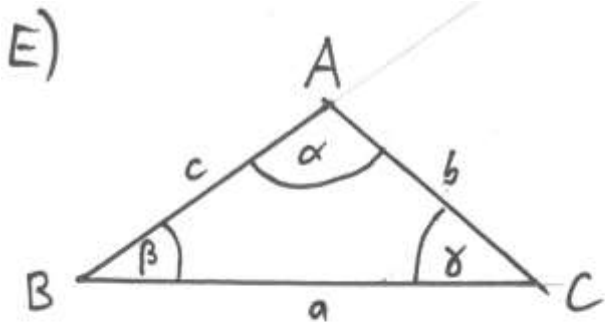
4. Du kennst 1 Seitenlänge und 2 Winkel

Beispiel:

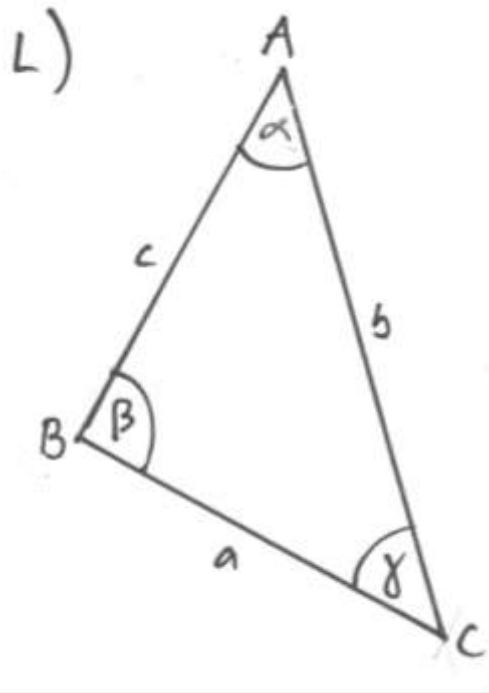
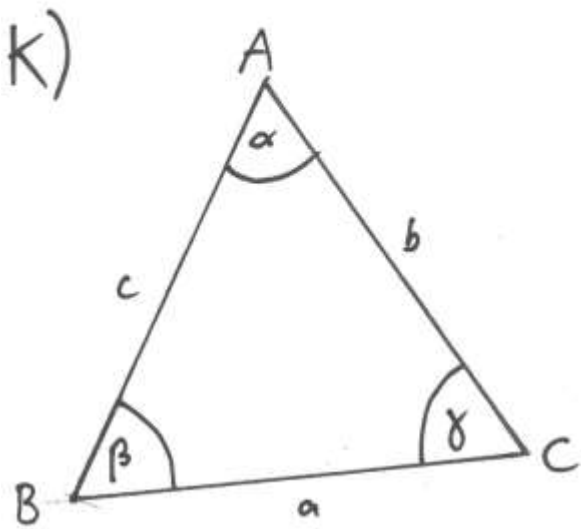
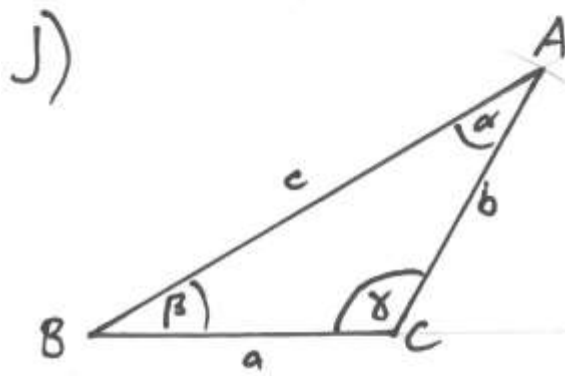
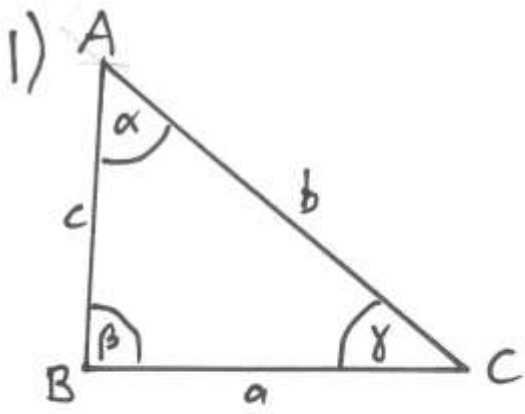


**Lösungen Aufgaben A – S:**

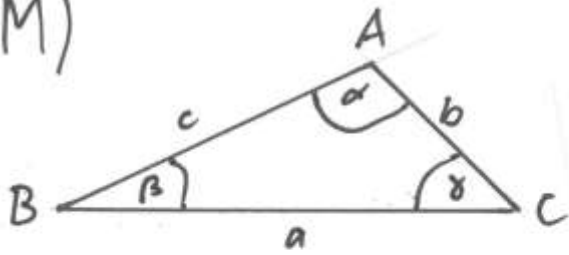




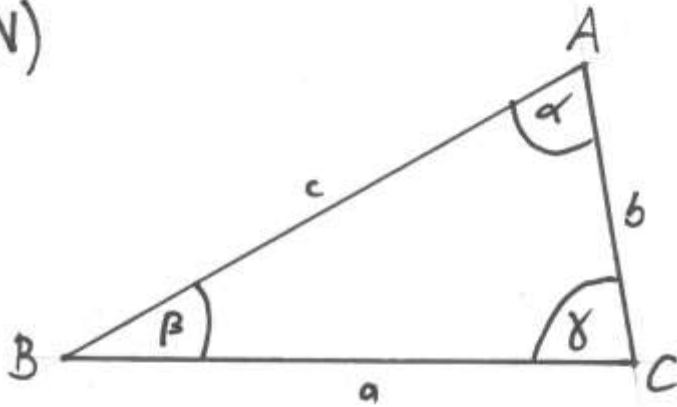




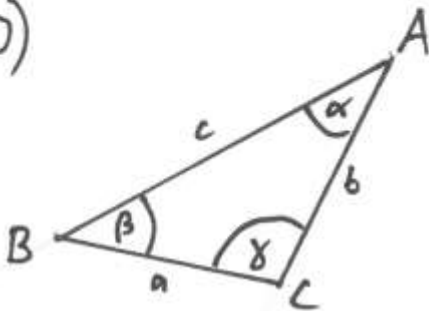
M)



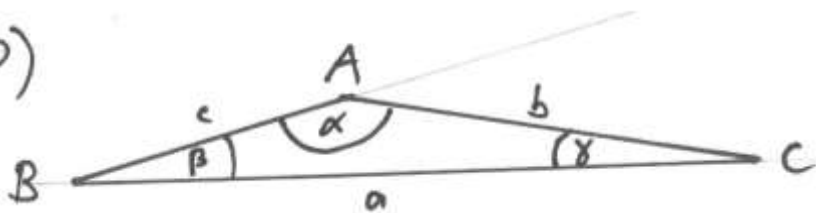
N)



O)

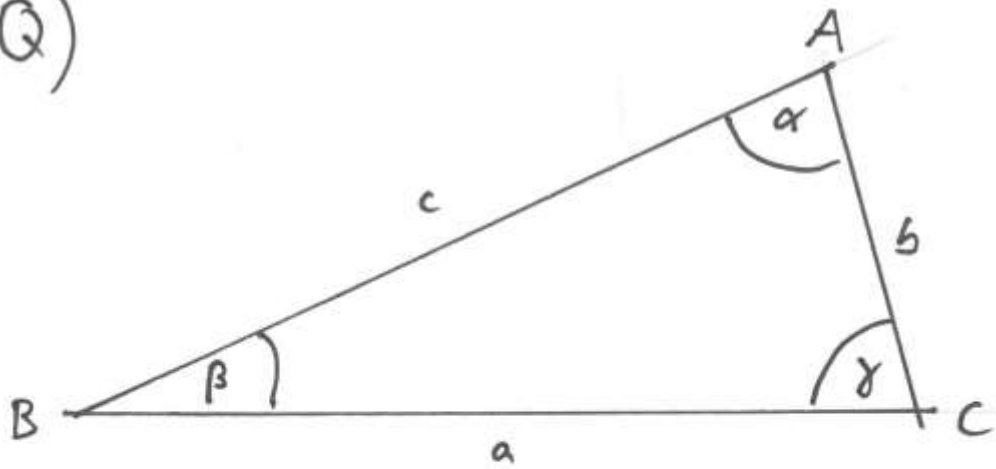


P)

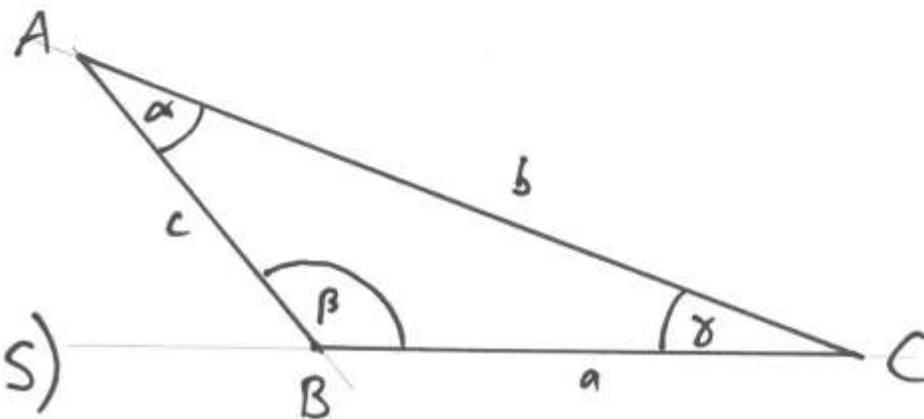
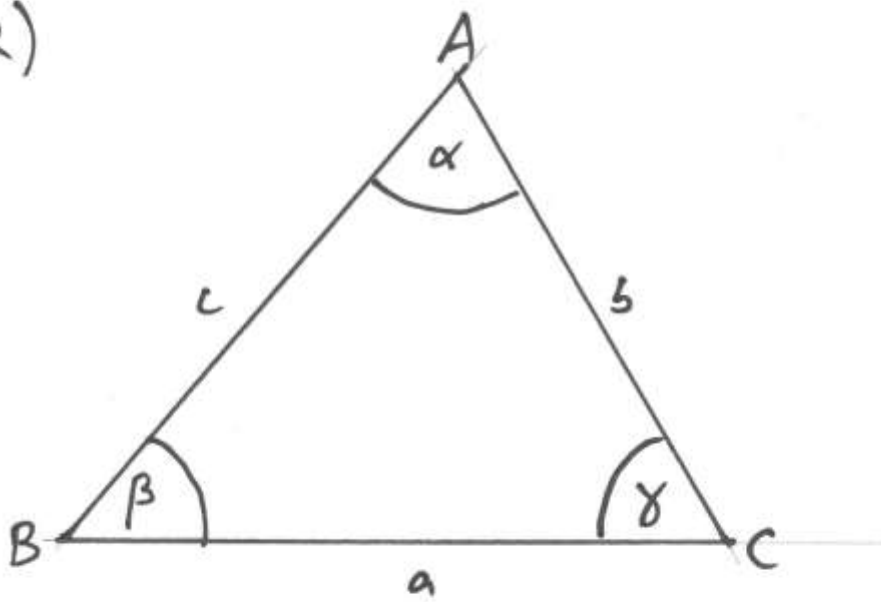


**Grösse variabel, nur die Winkel korrigieren!**

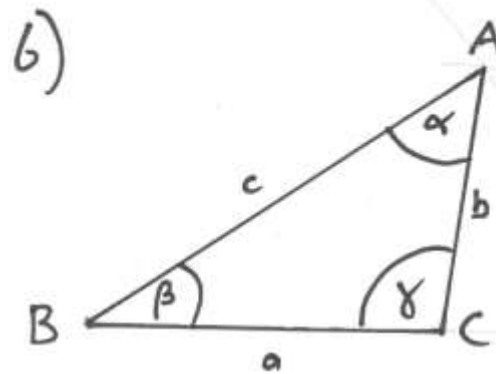
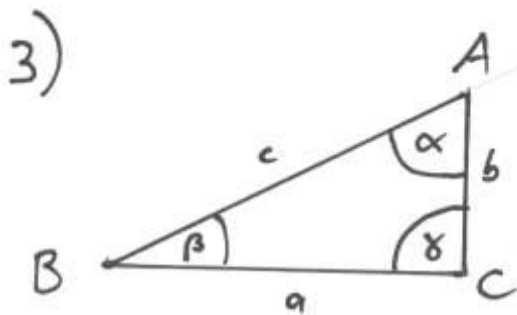
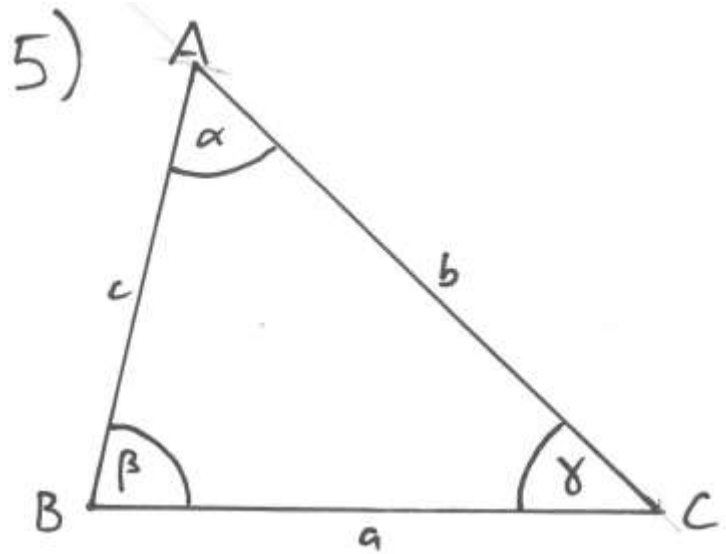
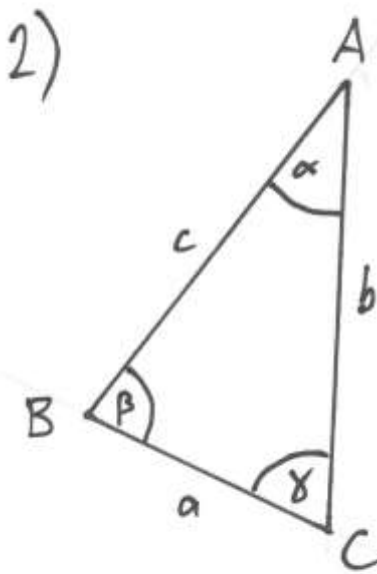
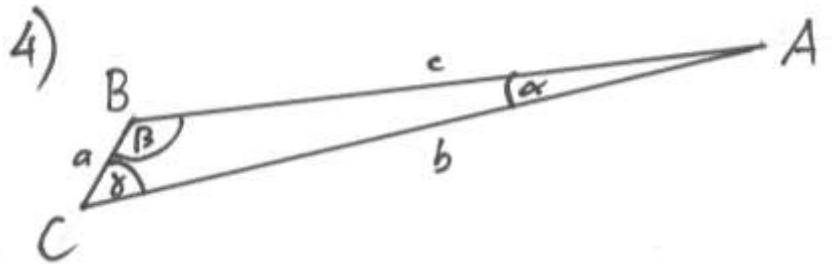
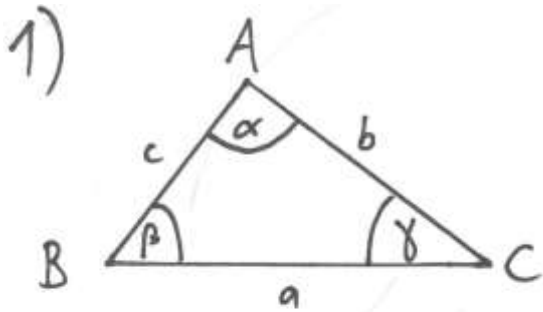
Q)



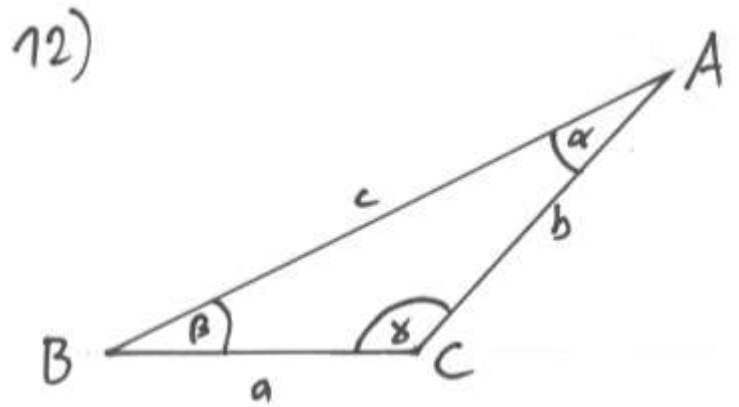
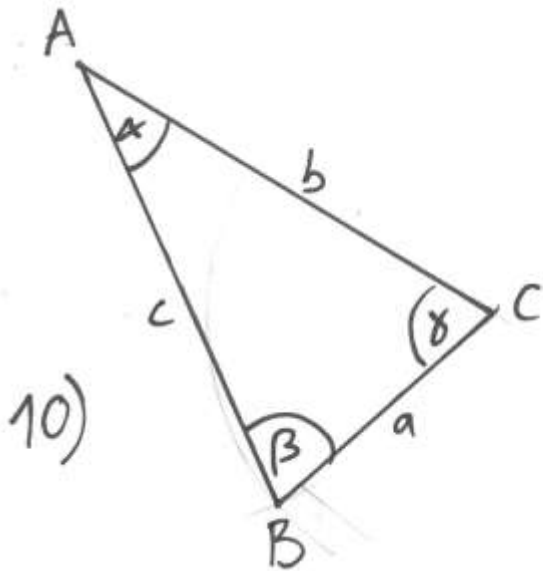
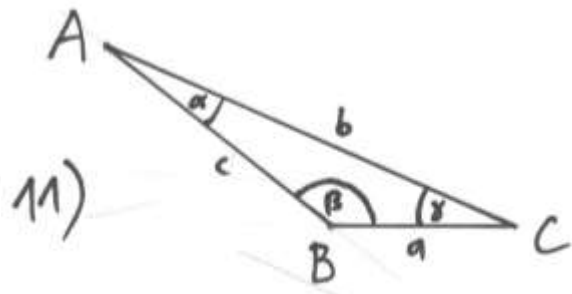
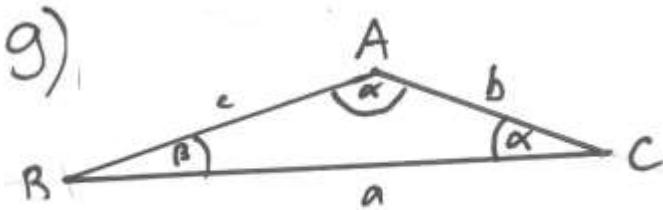
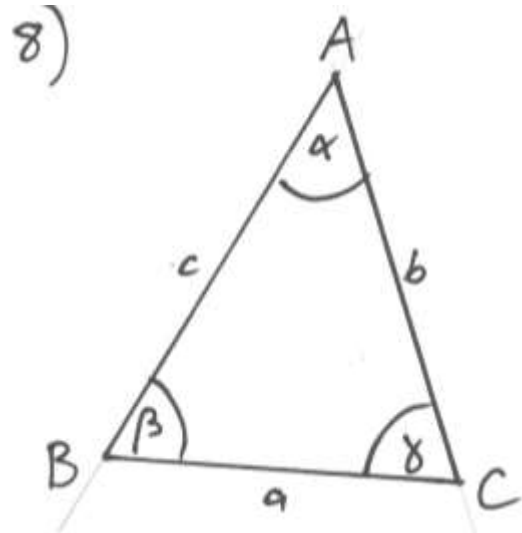
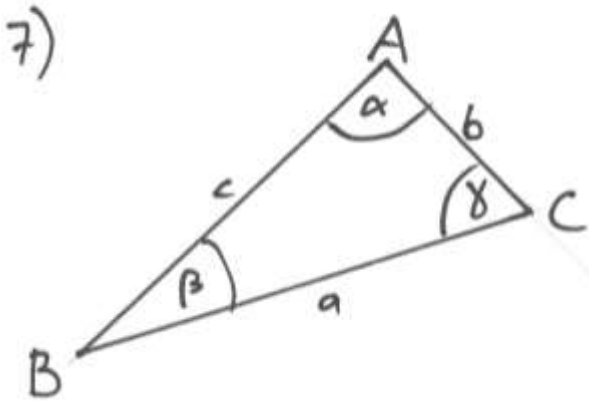
R)



**Lösungen Aufgaben 1 – 20:**

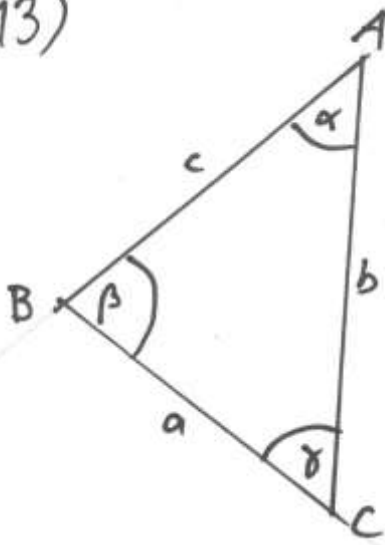


7: variabel in der Grösse

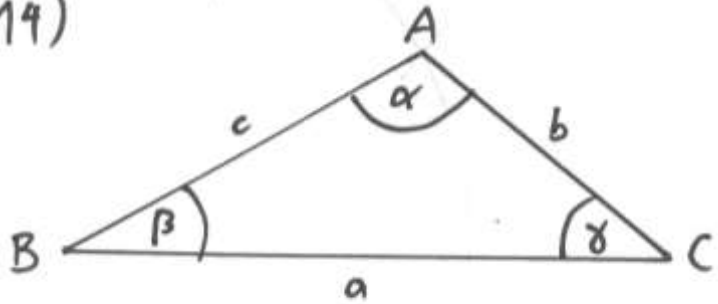


13: variabel in der Grösse

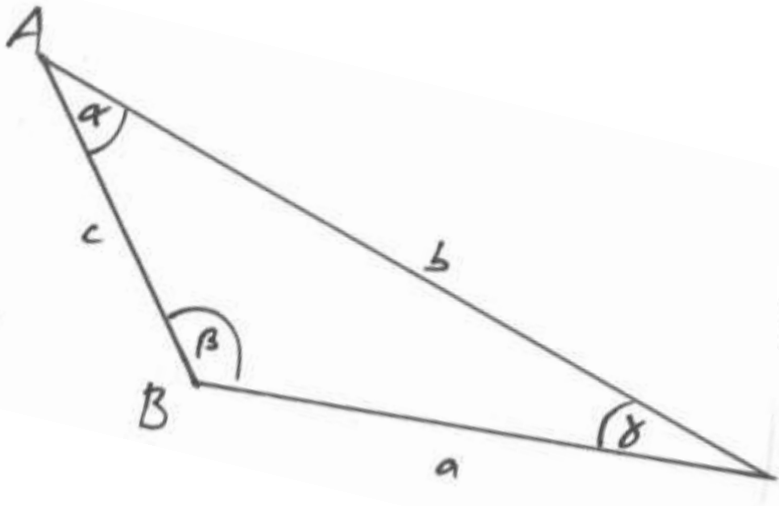
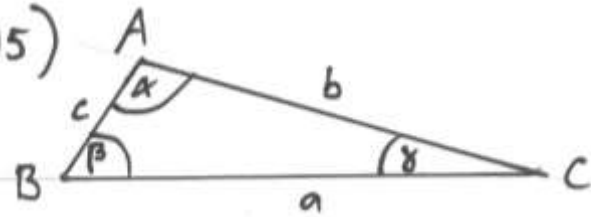
13)



14)

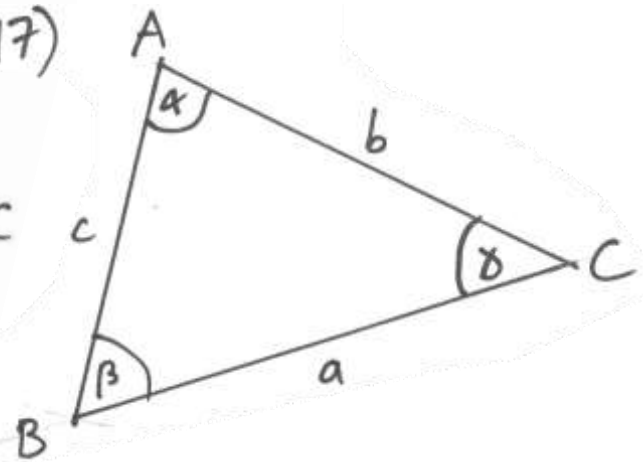


15)

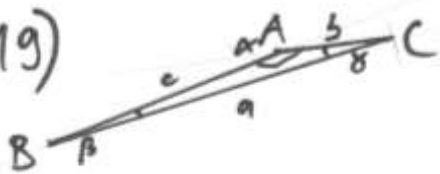


16)

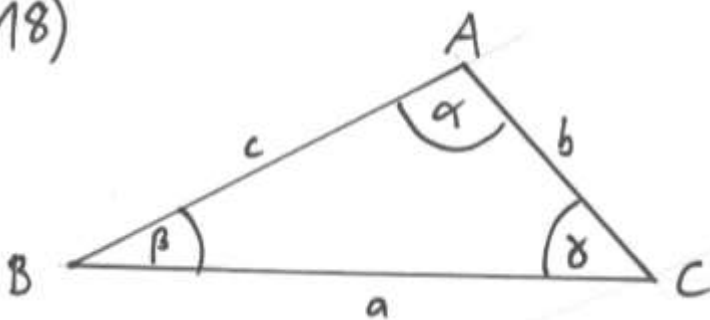
17)



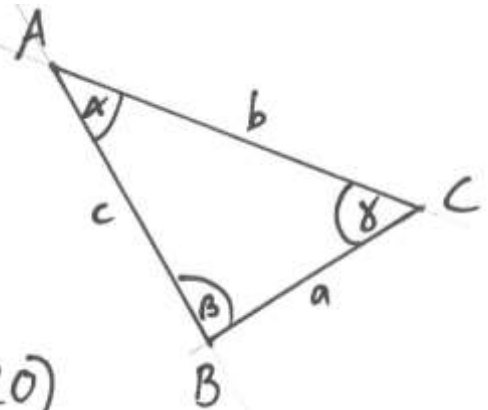
19)



18)



20)



# Lösungen

## Flächen und Körper

### *Grund- und bodenlos*

Die beiden kürzeren Seiten des dreieckigen Grundstücks sind genauso lang wie die lange Seite:  $255 + 300 = 555$ . Das Grundstück ist nur eine gerade Linie und hat keine Fläche!

### *Drei Stücke Kuchen*

Bestimmen Sie den Mittelpunkt des Dreiecks ohne Kruste und machen Sie von jeder Ecke einen Schnitt zum Mittelpunkt. Eine andere Möglichkeit ist, den Winkel des Kuchenstücks zu messen und durch 3 zu teilen.

### *Ein recht eckiges Problem*

Neun Rechtecke

### *Quadrovision*

Sieben Quadrate

## *Dreifache Dreiecke*

In jeder Ecke zählt man 13 kleinere Dreiecke; dazu kommt das große schwarze Dreieck in der Mitte, was insgesamt 40 Dreiecke ergibt. Sie erhalten also nacheinander erst 1, dann 4, 13 und 40 Dreiecke. Beachten Sie die Differenzen zwischen den Werten:  $4 - 1 = 3$ ,  $13 - 4 = 9$ ,  $40 - 13 = 27$ . Jede Differenz beträgt das Dreifache der vorigen – wie man es von Dreiecken auch erwarten würde.

## *Die vier Büsche*

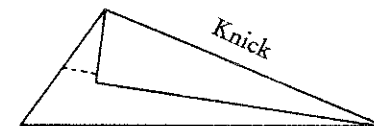
Pflanzen Sie die drei Büsche an die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks und den vierten auf einen Hügel in der Mitte des Dreiecks, so daß die vier Büsche die Ecken eines Tetraeders (einer dreieckigen Pyramide) bilden. Siehe auch die Lösung zu »Dreiecksquartett« (S. 156).

## *Drei mal drei gleich?*

a) 13, b) 27

## *Dreiecks-Trickserei*

Falten Sie das Blatt wie hier gezeigt. Die eingefaltete Klappe (deren Unterseite nun oben ist) verdeckt ein Drittel der obenliegenden Dreiecksfläche. Nun sind also noch zwei Drittel der ursprünglichen Fläche zu sehen. Sie haben also ein Drittel von zwei Drittel abgezogen, wodurch ein Drittel der ursprünglichen Fläche übrig bleibt. Also ist noch ein Drittel des ursprünglichen Dreiecks zu sehen.

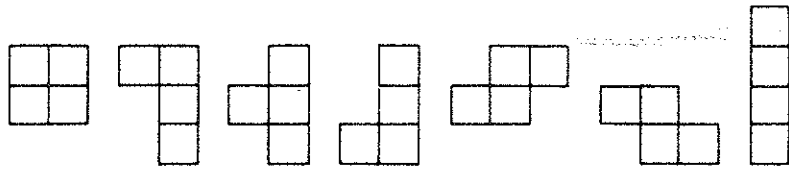


## Falten und Schneiden

Zwei Löcher

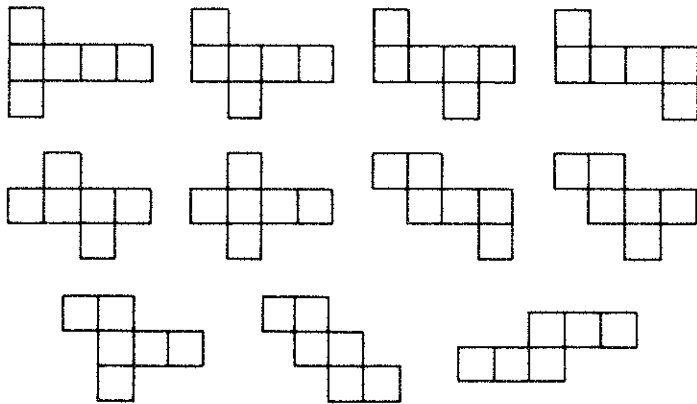
## Ohne Drehen und Wenden

Sieben verschiedene Möglichkeiten



## Würfelnetz

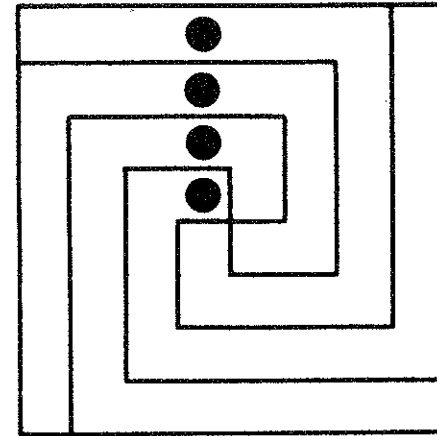
Es gibt elf Gitternetze, aus denen man einen Würfel falten kann. Die ersten sechs sind naheliegend; die anderen fünf sind Ihnen vielleicht nicht eingefallen.



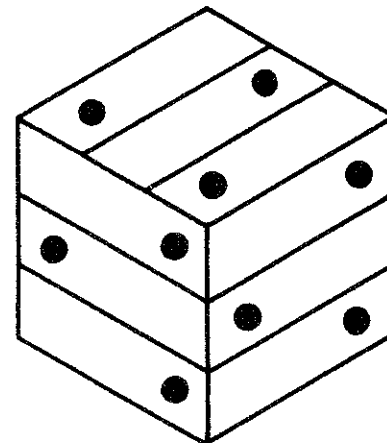
## Briefmarkenprobleme

Die anderen Möglichkeiten sind: drei Briefmarken in einer Reihe nebeneinander und außerdem drei L-Formen wie diese:

## Die vier Eichen



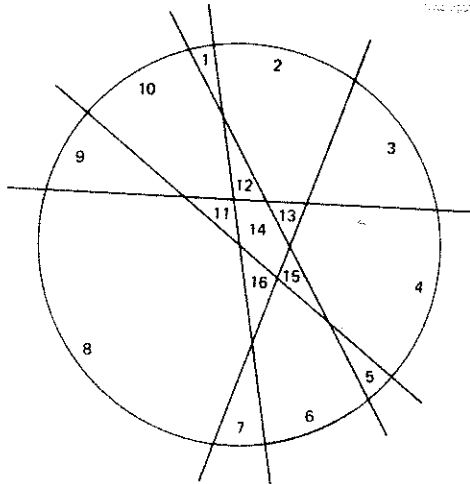
## Sammeln Sie Punkte





## Aufschneiderei

16 Stücke. Die Regel dafür ist in der Tabelle angeführt. Ein Schnitt ergibt natürlich zwei Stücke. Für den zweiten Schnitt addieren Sie 2 dazu, was 4 ergibt. Für den dritten Schnitt addieren Sie 3 zu der 4 und erhalten 7. Für den vierten Schnitt addieren Sie 4 zu der 7 und erhalten 11. Wenn Sie die Schnitte einzeichnen, muß der dritte Schnitt die beiden bereits gezogenen Linien schneiden; der vierte Schnitt muß die drei bereits gezogenen Linien schneiden.



Die Tabelle gibt an, wie viele Stücke man mit unterschiedlich vielen Schnitten herstellen kann.

Zahl der Schnitte	Zahl der Stücke
0	1
1	2
2	4
3	7
4	11
5	16

## Das Straßennetz

Das kürzeste Netz besteht aus zwei diagonalen Verbindungen, die je  $\sqrt{2}$  mal 10 km oder 14,14 km lang sind. Die Gesamtlänge des Straßennetzes beträgt also 28,28 oder etwa 28,3 km. Die  $\sqrt{2}$  stammt aus dem Satz des Pythagoras, der zeigt, daß bei einem rechtwinkligen Dreieck (das man durch Halbieren eines Quadrats durch eine Diagonale erhält), dessen kürzere Seiten je 1 Einheit lang sind, die längere Seite gegenüber dem rechten Winkel  $\sqrt{2}$  Einheiten oder die Quadratwurzel aus 2 Einheiten lang ist.

## Ein schräge Sache

Bei einem  $6 \times 7$ -Rechteck schneidet die Diagonale 12 Kästchen. Regel: Addieren Sie Länge und Breite und ziehen Sie 1 ab.

## Eins mehr als Acht

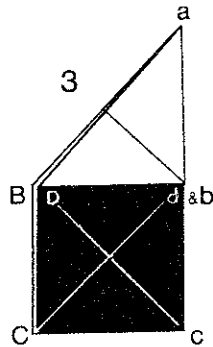
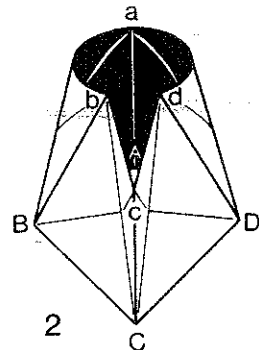
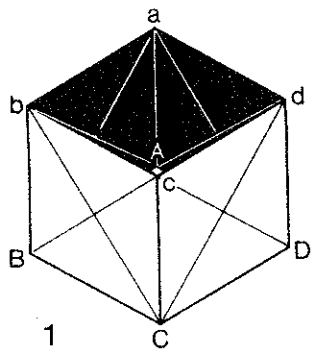
$1 + 8$  Treppen = 81. In einer Treppe müssen 10 Kästchen sein:  $1 + (8 \times 10) = 81$ .

## Wendekragen

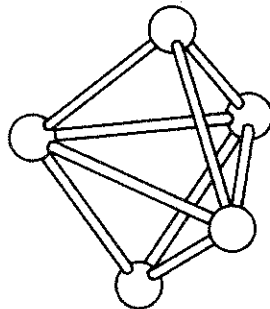
Um den Anweisungen zu folgen, bezeichnen wir am besten die oberen Ecken der Röhre mit a, b, c und d und die unteren mit A, B, C und D, wie in Abbildung 1 gezeigt.

Wie in Abbildung 2 gezeigt, klappen Sie Ecke c in die Röhre zu Ecke A; so werden die Ecken b und d zusammengezogen. Wie in Abbildung 3 in Schwarz gezeigt ist, befindet sich das Quadrat CcdD bereits an der Außenseite, und ebenso das Quadrat CcbB. Das dreieckige Stück mit der Kante Aa muß noch nach außen gestülpt werden. Dies erreichen Sie, indem Sie die Ecken B und D auseinander ziehen und die Spitze (a) des Dreiecks nach innen zu Ecke c drücken – als würden Sie jemandem den Kopf (a) zwischen die Knie (B und

D) drücken. Ziehen Sie die Ecken b und d nach außen, um den »Schnabel« BCD umzustülpen (Abbildung 3). Um den Trick gut vorzuführen, bedarf es einiger Übung. Das Geheimnis liegt darin, daß man ihn in zwei Phasen durchführt – die erste ist in Abbildung 2 dargestellt, die zweite besteht darin, die Spitze »zwischen die Knie« zu drücken.

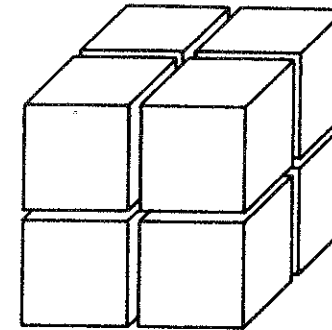


### Cocktail für sieben



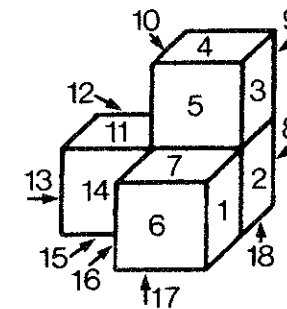
### Kinderspiel!

Der Schreiner zersägte den Würfel in acht gleichgroße Blöcke, wie die Abbildung zeigt.



### Angeschmiert

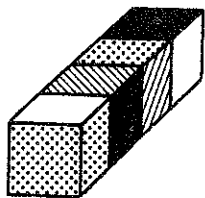
18 Seiten sind lackiert, wie die Abbildung zeigt.



### Per Express ins Irrenhaus

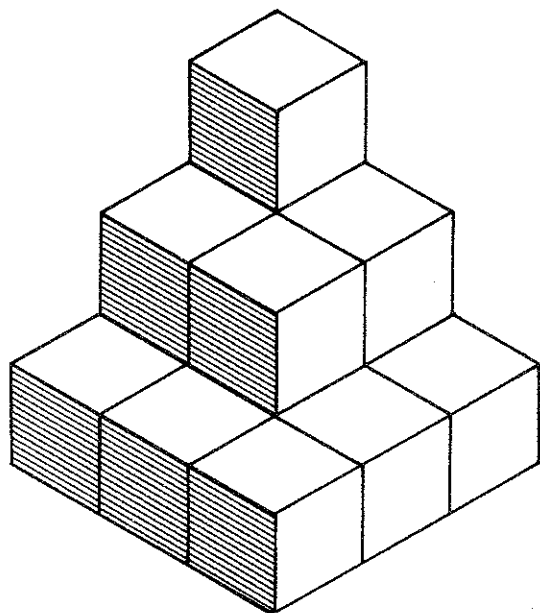
Nehmen Sie den in der Aufgabe mit 1 bezeichneten Würfel mit den drei gepunkteten Flächen. Legen Sie ihn so hin, daß zwei dieser Flächen nicht an einer Längsseite des Balkens liegen. Nun nehmen

Sie Würfel 2 und legen ihn so hin, daß sich seine vier verschiedenen Farben an den Längsseiten befinden. Würfel 3 wird nun so gelegt, daß eine seiner weißen Flächen verdeckt ist und beide schraffierten Flächen an den Längsseiten liegen. Legen Sie Würfel 4 so, daß keine der schraffierten Flächen an den Längsseiten erscheint. Nun müssen Sie nur noch die Würfel um die Längsachse des Balkens drehen, bis sich die richtige Lösung zeigt.



### Der Steinhaus-Würfel

Fangen Sie an, indem Sie die unten abgebildete Treppe bauen. Der Rest sollte sich von selbst ergeben.



### Wie groß ist der Würfel?

Die Oberfläche des Würfels ist sechsmal so groß wie jede einzelne Fläche. Angenommen, der Würfel hätte eine Kantenlänge von  $X$  cm. Dann ist jede seiner Flächen  $X^2$  cm<sup>2</sup> groß. Also muß die Gesamtfläche  $6X^2$  cm<sup>2</sup> betragen. Diese Maßzahl muß aber gleich sein der Maßzahl des Volumens oder  $X \times X \times X = X^3$ . Also ist  $6X^2 = X^3$ , und daraus folgt  $6 = X$ . Also beträgt die Kantenlänge 6 cm.

Wenn Sie dieser Überlegung nicht folgen können, gehen Sie von der Gleichung  $6X^2 = X^3$  aus und versuchen Sie es dann mit  $X = 1$ ,  $X = 2$  usw.

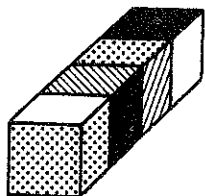
### Platos Würfel

Die Aufgabe verlangt nach einer Zahl, die dreimal mit sich selbst multipliziert eine Quadratzahl ergibt. Das funktioniert mit jeder Zahl, die selbst eine Quadratzahl ist. Die kleinste Quadratzahl (außer 1) ist 4; also kann der große Block  $4 \times 4 \times 4$  oder 64 Würfel enthalten und auf einem Platz von  $8 \times 8$  Feldern stehen. Die Abbildung läßt vermuten, daß der Platz doppelt so lang ist wie eine Seite des Würfels. Dies ist also die richtige Lösung. Die nächstmögliche Würfelgröße ist  $9 \times 9 \times 9 = 729$ ; dieser Würfel würde auf einem Platz von  $27 \times 27$  Feldern stehen, was der Abbildung zufolge zu groß wäre.

### Das halbvolle Faß

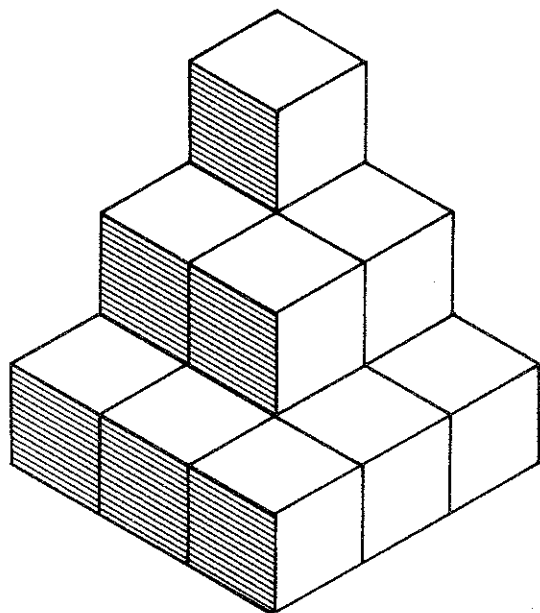
Die beiden Bauern mußten lediglich das Faß auf der Unterkante kippen. Falls es genau halbvoll war, berührt der Flüssigkeitsspiegel genau dann die Unterkante, wenn das Bier gerade anfängt herauszulaufen. Dann ist nämlich genau die Hälfte des Fasses voll Bier und die andere voll Luft.

Sie Würfel 2 und legen ihn so hin, daß sich seine vier verschiedenen Farben an den Längsseiten befinden. Würfel 3 wird nun so gelegt, daß eine seiner weißen Flächen verdeckt ist und beide schraffierten Flächen an den Längsseiten liegen. Legen Sie Würfel 4 so, daß keine der schraffierten Flächen an den Längsseiten erscheint. Nun müssen Sie nur noch die Würfel um die Längsachse des Balkens drehen, bis sich die richtige Lösung zeigt.



### Der Steinhaus-Würfel

Fangen Sie an, indem Sie die unten abgebildete Treppe bauen. Der Rest sollte sich von selbst ergeben.



### Wie groß ist der Würfel?

Die Oberfläche des Würfels ist sechsmal so groß wie jede einzelne Fläche. Angenommen, der Würfel hätte eine Kantenlänge von  $X$  cm. Dann ist jede seiner Flächen  $X^2$  cm<sup>2</sup> groß. Also muß die Gesamtfläche  $6X^2$  cm<sup>2</sup> betragen. Diese Maßzahl muß aber gleich sein der Maßzahl des Volumens oder  $X \times X \times X = X^3$ . Also ist  $6X^2 = X^3$ , und daraus folgt  $6 = X$ . Also beträgt die Kantenlänge 6 cm.

Wenn Sie dieser Überlegung nicht folgen können, gehen Sie von der Gleichung  $6X^2 = X^3$  aus und versuchen Sie es dann mit  $X = 1$ ,  $X = 2$  usw.

### Platos Würfel

Die Aufgabe verlangt nach einer Zahl, die dreimal mit sich selbst multipliziert eine Quadratzahl ergibt. Das funktioniert mit jeder Zahl, die selbst eine Quadratzahl ist. Die kleinste Quadratzahl (außer 1) ist 4; also kann der große Block  $4 \times 4 \times 4$  oder 64 Würfel enthalten und auf einem Platz von  $8 \times 8$  Feldern stehen. Die Abbildung läßt vermuten, daß der Platz doppelt so lang ist wie eine Seite des Würfels. Dies ist also die richtige Lösung. Die nächstmögliche Würfelgröße ist  $9 \times 9 \times 9 = 729$ ; dieser Würfel würde auf einem Platz von  $27 \times 27$  Feldern stehen, was der Abbildung zufolge zu groß wäre.

### Das halbvolle Faß

Die beiden Bauern mußten lediglich das Faß auf der Unterkante kippen. Falls es genau halbvoll war, berührt der Flüssigkeitsspiegel genau dann die Unterkante, wenn das Bier gerade anfängt herauszulaufen. Dann ist nämlich genau die Hälfte des Fasses voll Bier und die andere voll Luft.

### *Kuchenschachtelrätsel*

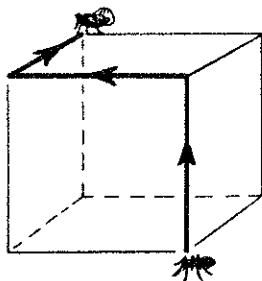
10 Quadratcentimeter – also der doppelte Radius

### *Der Würfelzoo*

27 Würfel sind in jedem Tier. Die Volumina betragen jeweils  $27 \text{ cm}^3$ .  
Flächen: Dinosaurier 90, Gorilla 86.

### *Die Spinne und die Fliege*

Es gibt sechs kürzeste Wege entlang der Kanten. Einer dieser Wege ist durch die dicken Linien auf dem abgebildeten Würfel dargestellt.



### *Die schlaue Schräge*

5 cm. Die Schräge muß genauso lang sein wie der Radius, weil sie eine der beiden gleichlangen Diagonalen im Rechteck darstellt.